КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ННІ «Інститут геології»

Кафедра ***геоінформатики***

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник директора інституту
з навчальної роботи
_____
«19» 08 2025 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

"Математична обробка геодезичних вимірів"

(повна назва навчальної дисципліни)

для студентів

галузь знань	**19 Архітектура та будівництво**
спеціальність	**193 Геодезія та землеустрій**
освітній рівень	**Бакалавр**
освітня програма	**Оцінка землі та нерухомого майна**
спеціалізація	
вид дисципліни	**Обов'язкова**

Форма навчання	**денна**
Навчальний рік	**2025/2026**
Семестр	**4**
Кількість кредитів ECTS	**4**
Мова викладання, навчання та оцінювання	**українська**
Форма заключного контролю	**іспит**

Викладач: Малік Тетяна Миколаївна, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геоінформатики

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____(_____) «__»___20__р.
(підпис, ПІБ, дата)

на 20__/20__ н.р. _____(_____) «__»___20__р.
(підпис, ПІБ, дата)

на 20__/20__ н.р. _____(_____) «__»___20__р.
(підпис, ПІБ, дата)

© Малік Т.М., Зацерковний В.І. 2025 рік

КИЇВ – 2025

Розробники:
Малік Тетяна Миколаївна, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геоінформатики
Зацерковний Віталій Іванович, доктор технічних наук, професор, професор кафедри геоінформатики

Затверджено
Протокол № _1__ від «_29___» ___08_____2025 р.

Зав. кафедри геоінформатики
_____ Віталій ЗАЦЕРКОВНИЙ
(підпис) (прізвище та ініціали)

Схвалено науково - методичною комісією інституту ***ННІ «Інститут геології»***

Протокол від «__29_» _____08_____ 2025 року № _1____
Голова науково-методичної комісії _____ Всеволод ДЕМИДОВ
(підпис) (прізвище та ініціали)
«29»____08_____2025 року

Мета дисципліни – *забезпечення підготовки студентів з математичної теорії похибок, ймовірностей розподілу випадкових величин вимірювань; обробки рядів, функцій виміряних величин; обробка результатів геодезичних вимірювань з метою усунення похибок та визначення найімовірніших значень цих величин, оцінки їх точності.*

Вимоги до вибору навчальної дисципліни:

Успішне опанування курсів «Вища математика», «Геоінформатика», «Топографія». Досвід роботи в табличних редакторах. Розуміння актуальних проблем в галузі геодезії та землеустрою.

Анотація навчальної дисципліни / референс**:**

Розглянуті загальні питання математичної теорії похибок, ймовірностей розподілу випадкових величин вимірювань; обробки рядів, функцій виміряних величин; теорія і практика застосування методу найменших квадратів при обробці геодезичних вимірювань; застосування математичних методів для завдань оброблення, врівноваження та оцінки точності геодезичних мереж: тріангуляції, трилатерації, полігонометрії, лінійно-кутових, просторових, нівелірних мереж (параметричний та корелатний способи), джерел виникнення похибок та методи їх виправлення й запобігання.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен

- ***знати:*** *основні поняття теорії похибок вимірів, визначення випадкової величини та її числові характеристики; метод найменших квадратів; особливості процесу математичної обробки виміряних величин в геодезії;*
- ***вміти:*** *застосовувати методи та мати практичні навички корелатного та параметричного спообів зрівнювання лінійно-кутових та висотних геодезичних мереж.*

Результати навчання:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		*Форма/Методи викладання і навчання*	*Форма/ Методи оцінювання*	*Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни*
Код	Результат навчання			
1.1	*Знати методи обробки рівноточних і нерівноточних геодезичних вимірювань, їх відмінності*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.2	*Знати теоретичні засади методу найменших квадратів, область практичного застосування, переваги і недоліки.*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.3	*Знати предмет, задачі і класифікацію похибок вимірювань, теоретичні положення оцінки точності вимірів однієї величини, подвійних вимірів та функцій виміряних величин*	*Лекція, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.4	*Знати основи параметричного та корелатного методів врівноваження геодезичних мереж*	*лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.5	*Знати види геометричних умов, що виникають в геодезичних мережах та методики врівноваження мереж*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
2.1	*Здійснювати математичну обробку геодезичних вимірювань, здійснювати врівноваження та виконувати оцінку*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*

	точності результатів геодезичних вимірювань			
2.2	*Складати рівняння зв'язку, рівняння поправок, нормальні рівняння при параметричному способі зрівнювання геодезичних мереж. Виконувати оцінку точності.*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
2.3	*Складати рівняння зв'язку, поправок, нормальні рівняння корелат при корелатному способі зрівнювання*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
2.4	*Складати умовні рівняння в лінійно-кутових мережах. Виконувати зрівнювання планових і висотних геодезичних мереж.*	*практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
3.1	*Застосовувати вивчені методи до розв'язування конкретних задач*	*практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 5%*
4.1	*Розуміння особистої/персональної відповідальності за особисте рішення частини спільної задачі*	*самостійне навчання*		*до 5%*

Структура курсу: *лекційні та практичні заняття, самостійна робота.*

Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни **Програмні результати навчання**	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**1.4**	**1.5**	**1.6**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**2.4**	**3.1**	**4.1**
РН8. Виконувати обстеження і вишукувальні, топографо-геодезичні, картографічні, проектні та проектно-вишукувальні роботи при виконанні професійних завдань з геодезії та землеустрою.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
РН9. Брати участь у створенні державних геодезичних мереж та спеціальних інженерно-геодезичних мереж, організовувати та виконувати топографічні та кадастрові знімання, геодезичні вимірювання, інженерно-геодезичні вишукування для проектування, будівництва та експлуатації об'єктів будівництва.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
РН14. Планувати і виконувати геодезичні, топографічні та кадастрові знімання, опрацьовувати отримані результати у геоінформаційних системах.	+	+	+	+	+	+					+	+

Схема формування оцінки. Навчальна дисципліна складається з двох модулів: у змістовий модуль 1 (ЗМ1) входять теми 1-4, у змістовий модуль 2 (ЗМ2) входять теми 5-8. Обов'язковим для допуску до іспиту є написання першої та другої модульних контрольних робіт з оцінкою 10 балів (*рубіжна оцінка 6 балів*) за кожну модульну роботу. *Оцінка за виконання практичних робіт – 40 балів (рубіжна оцінка 22 бали).*

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100 - бальною шкалою.

Оцінювання за формами контролю:

	ЗМ1		***ЗМ2***	
	Min. – балів	*Max. – балів*	*Min. – балів*	*Max. – балів*
Виконання практичних робіт	11	20	11	20
Модульна контрольна робота 1	6	10		
Модульна контрольна робота 2			6	10

Форма іспиту – письмово усна. Іспит складається з трьох завдань, перші два з яких є теоретичними, третє – задача. Всього за іспит можна отримати до 40 балів.

2. Підсумкове оцінювання *у формі іспиту*: *максимальна оцінка 40 балів (мінімум – 24 бали). Під час **іспиту** студент виконує завдання з використанням набутих знань та вмінь.* Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100 бальною шкалою.

Іспит виставляється за результатами роботи студента впродовж усього семестру, *як сума (проста або зважена) балів за систематичну роботу впродовж семестру.*

	Семестрова кількість балів	**Іспит**	**Підсумкова оцінка**
Мінімум	*36*	*24*	*60*
Максимум	**60**	**40**	**100**

Форми поточного контролю:
Модульний контроль:

• *2 модульні контрольні роботи (за кожну контрольну роботу студент може отримати максимально 10 балів), за виконання практичних робіт – 40 балів (рубіжна оцінка 22 бали).*

Практична робота 1. Визначення довжини компаратора за результатами вимірів світловіддалеміром. Побудова гістограми, полігональної кривої та східчастого графіка емпіричної функції розподілу похибок. Обчислення центральних моментів, оцінка точності світло-віддалемірних вимірювань, знаходження асиметрії та ексцесу за їх результатами.

Практична робота 2. Визначення коефіцієнта кореляції.

Практична робота 3. Визначення функції виміряних величин та оцінка точності функції виміряних величин.

Практична робота 4. Обробка подвійних рівноточних вимірів однорідних величин.

Практична робота 5. Обробка ряду подвійних нерівноточних вимірювань.

Практична робота 6. Врівноваження мережі нівелювання параметричним способом.

Практична робота 7. Врівноваження мережі нівелювання корелатним способом.

Практична робота 8. Врівноваження лінійно-кутових мереж (геодезичного чотирикутника, напрямків виміряних у всіх комбінаціях) параметричним способом.

*Студент не допускається до **підсумкового оцінювання у формі іспиту**, якщо під час семестру набрав менше 36 балів.*

Організація оцінювання: *Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою та передбачає: виконання 8 практичних робіт (де студенти мають продемонструвати якість засвоєних знань та вирішити поставлені задачі використовуючи окреслені викладачем методи та засоби) та двох модульних контрольних робіт. Підсумкове оцінювання проводиться у формі письмово-усного іспиту.*

Шкала відповідності

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ п/п	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	Самостійна робота
	ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. Математична обробка вимірів однієї величини			
1	**Тема 1.** Похибки безпосередньо виміряної величини, їх класифікація	2		4
2	**Тема 2.** Функції виміряних величин. Поняття про функціональний та стохастичний зв'язок. Коефіцієнт кореляції. Оцінка точності функцій виміряних величин. Вага функції виміряних величин. Вага системи функцій	4	2	8
3	**Тема 3.** Математична обробка рядів вимірів: Обробка ряду рівноточних вимірювань однієї величини. Обробка ряду нерівноточних вимірювань однієї величини	4	6	8
4	**Тема 4.** Математична обробка ряду подвійних вимірювань: Обробка ряду подвійних рівноточних вимірювань. Обробка ряду подвійних нерівноточних вимірювань	4	4	8
	Модульна контрольна робота 1		2	
	ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2. Зрівнювання геодезичних мереж			
5	**Тема 5.** Основи методів зрівнювання геодезичних вимірів	2		4
6	**Тема 6.** Параметричний спосіб зрівнювання геодезичних побудов. Основні методи розв'язування нормальних систем лінійних алгебраїчних рівнянь Оцінка точності результатів врівноваження параметричним способом	4	10	10
7	**Тема 7.** Корелатний спосіб зрівнювання геодезичних мереж. Оцінка точності результатів врівноваження корелатним методом	4	8	10
8	**Тема. 8.** Апроксимація по виміряних значеннях функції. Апроксимація лінійної функції. Апроксимація квадратичної функції. Апроксимація періодичної функції	4	4	10
	Модульна контрольна робота 2		2	
	ВСЬОГО	28	28	62

Теми для самостійного навчання:

1. Сумісний вплив систематичних та випадкових похибок
2. Опанування математичних дій над матрицями в програмному середовищі MS Excel.
3. Врівноваження мережі нівелювання корелатним способом.
4. Види умовних рівнянь мереж тріангуляції.
5. Параметричні рівняння вільних членів.
6. Середня квадратична похибка одиниці ваги.
7. Врівноваження геодезичного чотирикутника параметричним способом.
8. Математична обробка незалежних вимірювань в нівелірній мережі з використанням корелатної версії МНК.
9. Врівноваження напрямків кругових прийомів параметричним способом.

Загальний обсяг 1*20* *год.,* зокрема:
Лекцій **– *28*** *год.*
Практичні заняття – ***28*** *год.*
Консультації – ***2*** *год.*
Самостійна робота **– *62*** *год.*

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА:

Основні:

1. *Малік, Т. (2024). Методичні рекомендації до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «**Математична обробка геодезичних вимірювань**» частина 1. Елементи теорії похибок вимірів. ННІ «Інститут геології».* http://www.geol.univ.kiev.ua/lib/MOGV_Malik_1_2024.pdf
2. *Войтенко С.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів. – Навчальний посібник. – К.: КНУБА, 2003. – 216 с.*
3. *Зазуляк П.М., Гавриш В.І., Євсєєва Е.М., Йосипчук М.Д. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірювань: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво ,,Растр–7”, 2007. – 408 с.*

Додаткові:

4. *Метешкін К. О. Математична обробка геодезичних вимірів: навч. посібник / К. О. Метешкін, Д. В. Шаульський; Харк. нац. акад. міськ. Госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2012. – 176 с.*
5. *Chiles J.P., Delfiner P. Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty. John Wiley & Sons, Inc. New York, Toronto, 2-nd ed., 2012, 695 p.*
6. *Мар'ян Сявавко, Ольга Рибицька. Математичне моделювання за невизначеності. - Львів: Українські технології, 2000. - 319 с.*
7. *Тадєєв О.А. Математична обробка геодезичних вимірів : конспект лекцій для студентів напряму 0801 «Геодезія, картографія та землеустрій». –Рівне: Вид. НУВГП., 2013 –146 с.*
8. *Рижок З.Р.,Полковська Л.Л., Ступень Р.М., Колодій П.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Навчальний посібник.- Львів: « Галицька видавнича спілка», 2020. – С.180.*
9. *Воронков О. О. Теорія імовірностей і математична статистика : навч. посіб. / О. О. Воронков, А. Е. Ачкасов, В. Т. Плакіда. – Харків : ХНАМГ, 2008. – 249 с.*

Питання на іспит з дисципліни
Математична обробка геодезичних вимірів

1. Класифікація похибок вимірювань.
2. Властивості випадкових похибок.
3. Середнє арифметичне.
4. Середня квадратична похибка окремого виміру.
5. Середня квадратична похибка арифметичної середини.
6. Абсолютні та відносні похибки.
7. Переваги оцінки точності вимірів за допомогою середніх квадратичних похибок порівняно з середньою та серединною похибками.
8. Погрішності внаслідок виникнення.
9. Поняття про функціональний та стохастичний зв'язок. Коефіцієнт кореляції.
10. Оцінка точності функцій виміряних величин.
11. Вага функції виміряних величин.
12. Вага системи функцій.
13. Просте арифметичне середнє та його властивості при математичній обробці ряду рівноточних результатів вимірювань однієї і тієї ж величини.
14. Формула розрахунку емпіричної середньоквадратичної похибки при математичній обробці ряду рівноточних результатів вимірювань однієї і тієї ж величини.
15. Послідовність математичної обробки ряду рівноточних вимірювань однієї і тієї ж величини.
16. Вага як спеціальна міра відносної точності результатів нерівноточних вимірювань.
17. Вага функцій результатів нерівноточних вимірювань.
18. Загальне арифметичне середнє і його властивості в нерівноточних вимірюваннях.
19. Формула емпіричної середньоквадратичної похибки одиниці ваги.
20. Послідовність математичної обробки ряду нерівноточних вимірювань однієї і тієї ж величини.
21. Загальні положення про подвійні вимірювання.
22. Оцінка точності за різницями подвійних рівноточних вимірювань.
23. Оцінка точності за різницями подвійних нерівноточних вимірювань.
24. Задачі сумісного зрівнювання виміряних величин. Принцип найменших квадратів, його переваги.
25. Порядок зрівнювання параметричним способом.
26. Матричне подання параметричного методу зрівнювання.
27. Основні методи розв'язування нормальних систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод оберненої матриці.
28. Оцінка точності результатів врівноваження параметричним способом.
29. Корелатний спосіб зрівнювання геодезичних мереж.
30. Оцінка точності результатів врівноваження корелатним методом.
31. Апроксимація лінійної функції.
32. Апроксимація квадратичної функції.
33. Апроксимація періодичної функції.