КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

ННІ «Інститут геології»

Кафедра ***геоінформатики***

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник директора інституту
з навчальної роботи
_____
«31» 08 2026 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математична обробка геодезичних вимірів

(повна назва навчальної дисципліни)

для студентів

галузь знань	**G «Інженерія, виробництво та будівництво»**
спеціальність	**G18 «Геодезія та землеустрій»**
освітній рівень	**Бакалавр**
освітня програма	**Оцінка землі та нерухомого майна**
спеціалізація	
вид дисципліни	**Обов'язкова**

Форма навчання	**денна**
Навчальний рік	**2026/2027**
Семестр	**3**
Кількість кредитів ECTS	**4**
Мова викладання, навчання та оцінювання	**українська**
Форма заключного контролю	**іспит**

Викладач: Малік Тетяна Миколаївна, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геоінформатики, Зацерковний Віталій Іванович, доктор технічних наук, професор, професор кафедри геоінформатики

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____(_____) «__»___20__р.
(підпис, ПІБ, дата)

на 20__/20__ н.р. _____(_____) «__»___20__р.
(підпис, ПІБ, дата)

© Малік Т.М., 2026 рік

КИЇВ – 2026

Розробник:
Малік Тетяна Миколаївна, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри геоінформатики

Затверджено
Протокол №1 від «31» серпня 2026 р.

Зав. кафедри геоінформатики
(Віталій ЗАЦЕРКОВНИЙ)
(підпис) (прізвище та ініціали)

Схвалено науково - методичною комісією інституту ***ННІ «Інститут геології»***

Протокол від «31» серпня 2026 року №1

Голова науково-методичної комісії (Всеволод ДЕМИДОВ)
(підпис) (прізвище та ініціали)

1. **Мета дисципліни** – *забезпечення підготовки студентів з математичної теорії похибок, ймовірностей розподілу випадкових величин вимірювань; обробки рядів, функцій виміряних величин; обробки результатів геодезичних вимірювань з метою усунення похибок та визначення найімовірніших значень цих величин, оцінки їх точності.*

2. Вимоги до вибору навчальної дисципліни:

Успішне опанування курсів «Вища математика», «Топографія».

3. Анотація навчальної дисципліни / референс**:**

Розглянуті загальні питання математичної теорії похибок, ймовірностей розподілу випадкових величин вимірювань; обробки рядів, функцій виміряних величин; теорія і практика застосування методу найменших квадратів при обробці геодезичних вимірювань; застосування математичних методів для завдань оброблення, врівноваження та оцінки точності геодезичних мереж: лінійно-кутових, просторових, нівелірних мереж (параметричний та корелатний способи), джерел виникнення похибок та методи їх виправлення й запобігання.

Академічна доброчесність. Виконання всіх навчальних і контрольних завдань здійснюється з дотриманням Хартії академічної доброчесності та чинних положень Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Запозичення, використання даних, ідей, текстів, зображень, цифрових матеріалів та інших результатів мають бути належно атрибутовані. Порушення академічної доброчесності розглядаються відповідно до університетських процедур.

Опанування програмного матеріалу дисципліни, поточний та підсумковий контроль здійснюються на принципах академічної доброчесності відповідно до ст. 42 Закону України «Про освіту» та рекомендацій Міністерства освіти і науки України щодо запобігання академічному плагіату (Лист МОН № 1/9-565 від 15.08.2018 р.), а також Положення про використання штучного інтелекту при реалізації освітніх програм у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка https://senate.knu.ua/?p=3466.

Використання штучного інтелекту. Для освітнього компонента загалом встановлюється рівень 2 використання генеративного штучного інтелекту згідно «Положення про використання штучного інтелекту при реалізації освітніх програм у Київському національному університеті імені Тараса Шевченка».

Для окремих видів оцінюваних робіт у п.п. 7.1 Форми оцінювання студентів робочої програми визначені спеціальні обмеження, зокрема повна заборона використання генеративного ШІ під час контрольних заходів, що виконуються під наглядом викладача.

Визнання результатів неформальної та/або інформальної освіти. Результати навчання, здобуті в неформальній та/або інформальній освіті, можуть бути подані до визнання у встановленому Університетом порядку за умови їх відповідності результатам навчання цієї дисципліни та наявності підтвердних матеріалів.

4. Завдання:

В результаті вивчення дисципліни студент повинен:

- ***знати:*** *основні поняття теорії похибок вимірів, визначення випадкової величини та її числові характеристики; основні формули і поняття методу найменших квадратів; особливості процесу математичної обробки виміряних величин в геодезії;*
- ***вміти:*** *застосовувати математичні методи та способи та мати практичні навички корелатного та параметричного способів зрівнювання лінійно-кутових та висотних геодезичних мереж.*

5. Результати навчання:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		*Форма/Методи викладання і навчання*	*Форма/ Методи оцінювання*	*Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни*
Код	Результат навчання			
1.1	*Знати методи обробки рівноточних і нерівноточних геодезичних вимірювань, їх відмінності*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.2	*Знати теоретичні засади методу найменших квадратів, область практичного застосування, переваги і недоліки.*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.3	*Знати предмет, задачі і класифікацію похибок вимірювань, теоретичні положення оцінки точності вимірів однієї величини, подвійних вимірів та функцій виміряних величин*	*Лекція, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.4	*Знати основи параметричного та корелатного методів врівноваження геодезичних мереж*	*лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
1.5	*Знати види геометричних умов, що виникають в геодезичних мережах та методики врівноваження мереж*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
2.1	*Здійснювати математичну обробку геодезичних вимірювань, здійснювати врівноваження та виконувати оцінку точності результатів геодезичних вимірювань*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
2.2	*Складати рівняння зв'язку, рівняння поправок, нормальні рівняння при параметричному способі зрівнювання геодезичних мереж. Виконувати оцінку точності.*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
2.3	*Складати рівняння зв'язку, поправок, нормальні рівняння корелат при корелатному способі зрівнювання*	*Лекція, практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
2.4	*Складати умовні рівняння в лінійно-кутових мережах. Виконувати зрівнювання планових і висотних геодезичних мереж.*	*практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 10%*
3.1	*Застосовувати вивчені методи до розв'язування конкретних задач*	*практична робота, самостійне навчання*	*Письмова робота*	*до 5%*

4.1	*Розуміння особистої/персональної відповідальності за особисте рішення частини спільної задачі*	*самостійне навчання*		*до 5%*

Структура курсу: *лекційні та практичні заняття, самостійна робота.*

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни **Програмні результати навчання**	**1.1**	**1.2**	**1.3**	**1.4**	**1.5**	**1.6**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**2.4**	**3.1**	**4.1**
ПРН11. Обирати і застосовувати інструменти, обладнання, устаткування та програмне забезпечення, які необхідні для дистанційних, наземних, польових і камеральних досліджень у сфері геодезії та землеустрою.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки:

7.1 Форми оцінювання студентів

Семестрове оцінювання:

1) Оцінка за виконання практичних робіт та виконані модульні контрольні роботи на практичних заняттях – 60 балів (рубіжна оцінка 36 балів): 40 балів за виконання практичних робіт і 20 балів за виконані модульні контрольні роботи (по 10 балів за кожну).

Навчальна дисципліна складається з двох модулів: у змістовий модуль 1 (ЗМ1) входять теми 1-4, у змістовий модуль 2 (ЗМ2) входять теми 5-8. Обов'язковим для допуску до іспиту є написання 1-ї та 2-ї модульних контрольних робіт з кількістю балів не менше 6 за кожну модульну роботу.
Оцінка за виконання практичних робіт – 40 балів (рубіжна оцінка 22 бали).

Дозволяється використовувати ШІ при підготовці практичних робіт як допоміжного інструменту за умови збереження авторського внеску в підготовку практичних робіт. Дозволено використовувати ШІ для довідкових функцій під час підготовки практичних робіт та як інструмент перевірки орфографії, технічного оформлення роботи. Декларування факту та способу використання ШІ є обов'язковим. Під час захисту практичних робіт використання ШІ заборонено.

Підсумкове оцінювання *у формі письмово-усного іспиту*: *максимальна оцінка 40 балів, рубіжна оцінка 24 балів.* Іспит складається з трьох завдань, перші два з яких є теоретичними, третє – задача. *Під час підготовки екзаменаційної відповіді використання ШІ заборонено.* ***Підсумкове оцінювання у формі іспиту є обов'язковим.***

Результати навчальної діяльності студентів оцінюються за 100 бальною шкалою.

Загальна оцінка виставляється за результатами роботи студента впродовж усього семестру та підсумкового оцінювання, *як сума (проста або зважена) балів за систематичну роботу впродовж семестру та балів отриманих в результаті підсумкового оцінювання у формі іспиту.*

	Семестрова кількість балів **Практичні роботи**	**ПКР** (підсумкова контрольна робота) *чи/або* **іспит**	**Підсумкова оцінка**
Мінімум	*36*	*24*	*60*
Максимум	**60**	**40**	**100**

*Здобувач не допускається до **підсумкового оцінювання у формі іспиту**, якщо під час семестру набрав менше 36 балів.*

7.2 Організація оцінювання: *Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою та передбачає: виконання 8 практичних робіт (де студенти мають продемонструвати якість засвоєних знань та вирішити поставлені задачі використовуючи окреслені викладачем методи та засоби) та написання двох модульних контрольних робіт. Підсумкове оцінювання проводиться у формі письмово-усного іспиту.*

Практичні роботи:

Практична робота 1. Визначення довжини компаратора за результатами вимірів світловіддалеміром. Побудова гістограми, полігональної кривої та східчастого графіка емпіричної функції розподілу похибок. Обчислення центральних моментів, оцінка точності світло-віддалемірних вимірювань, знаходження асиметрії та ексцесу за їх результатами.

Практична робота 2. Визначення коефіцієнта кореляції. Кореляційно-статистичний аналіз у прикладних задачах з оцінки нерухомості та геоінформаційних досліджень.

Практична робота 3. Визначення функції виміряних величин та оцінка точності функції виміряних величин.

Практична робота 4. Обробка подвійних рівноточних вимірів однорідних величин.

Практична робота 5. Обробка ряду подвійних нерівноточних вимірювань.

Практична робота 6. Врівноваження мережі нівелювання параметричним способом.

Практична робота 7. Врівноваження мережі нівелювання корелатним способом.

Практична робота 8. Врівноваження лінійно-кутових мереж параметричним способом та корелатним способами.

7.3 Шкала відповідності

Відмінно / Excellent	90-100
Добре / Good	75-89
Задовільно / Satisfactory	60-74
Незадовільно / Fail	0-59

8. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ЛЕКЦІЙ І ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ п/п	Назва теми	Кількість годин		
		лекції	практичні	Самостійна робота
	ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. Математична обробка вимірів однієї величини			
1	**Тема 1.** Похибки безпосередньо виміряної величини, їх класифікація та властивості	2		4
2	**Тема 2.** Функції виміряних величин. Поняття про функціональний та стохастичний зв'язок. Коефіцієнт кореляції. Оцінка точності функцій виміряних величин. Вага функції виміряних величин. Вага системи функцій	4	2	8

3	**Тема 3.** Математична обробка рядів вимірів: Обробка ряду рівноточних вимірювань однієї величини. Обробка ряду нерівноточних вимірювань однієї величини	4	6	8
4	**Тема 4.** Математична обробка ряду подвійних вимірювань: Обробка ряду подвійних рівноточних вимірювань. Обробка ряду подвійних нерівноточних вимірювань	4	4	8
	Модульна контрольна робота 1		2	
	ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2. Зрівнювання геодезичних мереж			
5	**Тема 5.** Основи методів (способів) зрівнювання геодезичних вимірів (мереж)	2		4
6	**Тема 6.** Параметричний спосіб зрівнювання геодезичних мереж. Основні методи розв'язування нормальних систем лінійних алгебраїчних рівнянь Оцінка точності результатів врівноваження параметричним способом	4	4	10
7	**Тема 7.** Корелатний спосіб зрівнювання геодезичних мереж. Оцінка точності результатів врівноваження корелатним способом	4	4	10
8	**Тема. 8.** Апроксимація по виміряних значеннях функції. Апроксимація лінійної функції. Апроксимація квадратичної функції. Апроксимація періодичної функції	4	4	10
	Модульна контрольна робота 2		2	
	ВСЬОГО	28	28	62

Загальний обсяг 1*20* *год.,* зокрема:
Лекцій **– *28*** *год.*
Практичні заняття – ***28*** *год.*
Консультації – ***2*** *год.*
Самостійна робота **– *62*** *год.*

Теми для самостійного навчання:

1. Сумісний вплив систематичних та випадкових похибок.
2. Опанування математичних дій над матрицями в табличних редакторах.
3. Врівноваження мережі нівелювання корелатним способом.
4. Види умовних рівнянь мереж тріангуляції.
5. Параметричні рівняння вільних членів.
6. Середня квадратична похибка одиниці ваги.
7. Врівноваження геодезичного чотирикутника параметричним способом.
8. Математична обробка незалежних вимірювань в нівелірній мережі з використанням корелатної версії МНК.
9. Врівноваження напрямків кругових прийомів параметричним способом.

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА:

Основні:

1. *Charles D. Ghilani (2017). Adjustment Computations: Spatial Data Analysis (5th Edition). https://elibrary.poltekkeskendari.ac.id/repository/a5c3133463504a314cf89b485d45627d.pdf*
2. *Ghilani, C. D., Bolkas, D., & Olsen, M. J. (2026). Adjustment computations: Spatial data analysis (7th ed.). Wiley.*
3. *Войтенко, С. П., Шульц, Р. В., Кузьмич, О. Й., & Кравченко, Ю. В. (2015). Математичне оброблення геодезичних вимірів. Знання.*
4. *Войтенко С.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Теорія похибок вимірів. – Навчальний посібник. – К.: КНУБА, 2003. – 216 с.*
5. *Зазуляк П.М., Гавриш В.І., Євсєєва Е.М., Йосипчук М.Д. Основи математичного опрацювання геодезичних вимірювань: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво „Растр–7", 2007. – 408 с.*
6. *Малік, Т. (2024). Методичні рекомендації до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «**Математична обробка геодезичних вимірювань**» частина 1. Елементи теорії похибок вимірів. ННІ «Інститут геології».* http://www.geol.univ.kiev.ua/lib/MOGV_Malik_1_2024.pdf

Додаткові:

7. *Sultanalieva T. (2025). Analysis of accuracy of traditional and satellite methods of geodetic measurements. Bulletin of the Kyrgyz National Agrarian University, 23(3), 30–37.*
8. *Метешкін К. О. Математична обробка геодезичних вимірів: навч. посібник / К. О. Метешкін, Д. В. Шаульський; Харк. нац. акад. міськ. Госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2012. – 176 с.*
9. *Chiles J.P., Delfiner P. Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty. John Wiley & Sons, Inc. New York, Toronto, 2-nd ed., 2012, 695 p.*
10. *Мар'ян Сявавко, Ольга Рибицька. Математичне моделювання за невизначеності. - Львів: Українські технології, 2000. - 319 с.*
11. *Тадєєв О.А. Математична обробка геодезичних вимірів : конспект лекцій для студентів напряму 0801 «Геодезія, картографія та землеустрій». –Рівне: Вид. НУВГП., 2013 –146 с.*
12. *Рижок З.Р.,Полковська Л.Л., Ступень Р.М., Колодій П.П. Математична обробка геодезичних вимірів. Навчальний посібник.- Львів: « Галицька видавнича спілка», 2020. – С.180.*
13. *Воронков О. О. Теорія імовірностей і математична статистика : навч. посіб. / О. О. Воронков, А. Е. Ачкасов, В. Т. Плакіда. – Харків : ХНАМГ, 2008. – 249 с.*

Питання на іспит з дисципліни
Математична обробка геодезичних вимірів

1. Класифікація похибок вимірювань.
2. Властивості випадкових похибок.
3. Середнє арифметичне.
4. Середня квадратична похибка окремого виміру.
5. Середня квадратична похибка арифметичної середини.
6. Абсолютні та відносні похибки.
7. Переваги оцінки точності вимірів за допомогою середніх квадратичних похибок порівняно з середньою та серединною похибками.
8. Погрішності внаслідок виникнення.
9. Поняття про функціональний та стохастичний зв'язок. Коефіцієнт кореляції.
10. Оцінка точності функцій виміряних величин.
11. Вага функції виміряних величин.
12. Вага системи функцій.
13. Просте арифметичне середнє та його властивості при математичній обробці ряду рівноточних результатів вимірювань однієї і тієї ж величини.
14. Формула розрахунку емпіричної середньоквадратичної похибки при математичній обробці ряду рівноточних результатів вимірювань однієї і тієї ж величини.
15. Послідовність математичної обробки ряду рівноточних вимірювань однієї і тієї ж величини.
16. Вага як спеціальна міра відносної точності результатів нерівноточних вимірювань.
17. Вага функцій результатів нерівноточних вимірювань.
18. Загальне арифметичне середнє і його властивості в нерівноточних вимірюваннях.
19. Формула емпіричної середньоквадратичної похибки одиниці ваги.
20. Послідовність математичної обробки ряду нерівноточних вимірювань однієї і тієї ж величини.
21. Загальні положення про подвійні вимірювання.
22. Оцінка точності за різницями подвійних рівноточних вимірювань.
23. Оцінка точності за різницями подвійних нерівноточних вимірювань.
24. Задачі сумісного зрівнювання виміряних величин. Принцип найменших квадратів, його переваги.
25. Порядок зрівнювання параметричним способом.
26. Матричне подання параметричного методу зрівнювання.
27. Основні методи розв'язування нормальних систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод оберненої матриці.
28. Оцінка точності результатів врівноваження параметричним способом.
29. Корелатний спосіб зрівнювання геодезичних мереж.
30. Оцінка точності результатів врівноваження корелатним методом.
31. Апроксимація лінійної функції.
32. Апроксимація квадратичної функції.
33. Апроксимація періодичної функції.